付録

産業連関表の利用のための数学等知識

付録　産業連関表の利用のための数学等知識

産業連関表を利用して経済波及効果が測定できることや，これが意味しているところを理解するためには，「ベクトルと行列」，「無限等比級数」といった数学知識が必要です。また，実際に産業連関表を利用するためには，表計算ソフト等での行列の計算方法についての知識が必要です。

そのため，ここでは産業連関表の利用のために役に立つ数学知識や表計算ソフト（Microsoft Excel）で行列計算を行うために必要な知識について，簡単に御紹介します。

第１節　ベクトルと行列

１　ベクトル・行列とは

ベクトルや行列を用いた計算についての説明のため，ここではまずベクトルや行列がどのようなものかの概要を示します。

⑴　ベクトル

ベクトルとは，「**ある物事について，複数の尺度（視点や立場）から見たときのデータ（ものの見え方）の集まり**」や「**複数の物事について，ある尺度から見たときのデータの集まり**」と解釈することができます。

ベクトルは，例えば次のように表現されます。

$$\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x_1} \quad \boldsymbol{x_2} \quad \boldsymbol{x_3}) \quad \textit{または} \quad \begin{pmatrix} \boldsymbol{x_1} \\ \boldsymbol{x_2} \\ \boldsymbol{x_3} \end{pmatrix}$$

⑵　行列

行列とは，「**複数の物事について，複数の尺度から見たときのデータの集まり**」と解釈することができ，**ベクトルの集まり**とも捉えることができます。

このことから，ベクトルもまた，**表現する物事**または**物事を見るときの尺度**の**いずれかが１つのみであるときの行列**と捉えることができます。

行列は，例えば次のように表現されます。

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x_{11}} & \boldsymbol{x_{12}} & \boldsymbol{x_{13}} \\ \boldsymbol{x_{21}} & \boldsymbol{x_{22}} & \boldsymbol{x_{23}} \\ \boldsymbol{x_{31}} & \boldsymbol{x_{32}} & \boldsymbol{x_{33}} \end{pmatrix}$$

⑶　要素（成分）

ベクトルや行列を構成するx_1やx_{11}などといった「**ある物事について，ある尺度から見たときのデータ**」を**要素（成分）**といいます。これらを明示的に示したいとき，例えばx_1はベクトルxの第１要素，x_{11}は行列Xの$(1,1)$要素というように，その要素が位置する行数や列数またはその両方を用いて表現されます。

⑷　行列の型

ベクトルを含む行列は，その**行要素の数**や**列要素の数**によって$\boldsymbol{m \times n}$**型行列**と呼ぶことがで

きます。例えば，ベクトルxは３行１列からなる行列であるので**3×1 型行列**，行列Xは３行３列からなる行列であるので**3 × 3 型行列**と呼べます。

また，行列Xのように行要素の数と列要素の数が等しい行列（$n \times n$型行列）を**次数nの正方行列**と呼びます。

2　特別な行列

ベクトルや行列を用いた計算についての説明のため，特別な名称がついている行列の一部を紹介します。また，産業連関表においてどのような場面で使われているか併せて紹介します。

なお，これらは全て**任意の次数の正方行列**において成立します。

⑴　対角行列

ある行列の**行数と列数が同じ時の要素**（**対角要素**。例えば(1,1)要素，(2,2)要素など）**以外の要素が全て 0** であるものを言います。（下記は次数３の正方行列Γでの例）

$$\boldsymbol{\Gamma} = \begin{pmatrix} \mathbf{0.752} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0.568} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0.829} \end{pmatrix} = \boldsymbol{diag}(\mathbf{0.752} \quad \mathbf{0.568} \quad \mathbf{0.829})$$

産業連関表においては，**移輸入行列**や**自給率行列**などに用いられます。

⑵　単位行列

大きさを表す数（**実数**）の計算における「１」のような性質をもつ行列であり，対角行列のなかでも**対角要素が全て１であるもの**を言います。（下記は次数３の正方行列Iでの例）

$$\boldsymbol{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} = \boldsymbol{diag}(\mathbf{1} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{1})$$

産業連関表においては，**閉鎖型・開放型両方の逆行列係数**を計算する際などに用いられます。

⑶　逆行列

実数の計算における「逆数」のような性質をもつ行列であり，**同じ次数の正方行列Xに対して，左右どちらから乗じてもその積が単位行列となるような行列X^{-1}**を言います。

行列は逆行列を持たない場合もあり，逆行列をもつものを**正則である**といいます。

$$\boldsymbol{XX^{-1} = X^{-1}X = I}$$

ある正方行列の逆行列は，ガウス・ジョルダンの消去法（掃き出し法）などを用いて求めることが可能ですが，次数が増えるにつれ計算量が極めて大きくなる[*1]ことから，**逆行列を求める場合は表計算ソフト等コンピュータを用いて計算を行うことが一般的です。**

産業連関表においては，**レオンチェフ逆行列係数**が典型的で，例えば閉鎖型逆行列係数Lは，

$$\boldsymbol{L = (I - A)^{-1}}$$

と表します。これは，行列Lが行列$(I - A)$の逆行列であることを意味します。

---

*1　次数nに対して計算量は$O(n^3)$となる。これは必要な計算量が次数の三乗に比例して増加することを意味し，例えば，統合大分類（39 部門）では，行列$I - A$の逆行列を１回求めるために$39^3 = 59{,}319$回に比例する計算回数が必要となることを意味する。

3　行列同士の計算上のルール

行列を用いた計算は，次のように行われます。

ここで，計算例に用いる行列A, Bは次のように定義しておきます。

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

⑴　加法（足し算）

行列同士の加法の結果は，**対応する要素同士の和**となります。

$$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} \end{pmatrix}$$

なお，**型が異なる行列同士で加法を行うことはできません。**

⑵　乗法（掛け算）

行列同士の乗法の結果は，**左側の行列$\boldsymbol{A}$の$\boldsymbol{i}$行目の行ベクトルと右側の行列Bの$\boldsymbol{j}$列目の列ベクトルの積和**が，行列の積ABの(i, j)要素となります。

例えば，行列の積ABの$(1,1)$要素AB_{11}は，次のように計算されます。

$$\boldsymbol{AB_{11}} = (a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13}) \cdot \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{pmatrix} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31}$$

つまり，行列の積ABの演算結果は，次のようになります。

$$\boldsymbol{AB} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} \end{pmatrix}$$

上記のような演算を行うことから，行列同士の乗法は，**左側の行列の列数と右側の行列の行数が一致するようなときのみ**行うことができます。

また，正方行列同士の計算でも，上記のような演算を行うことから，例えば**行列の積$\boldsymbol{AB}$と$\boldsymbol{BA}$のような演算結果は必ずしも一致しません。**

ただし，行列Aに乗じる行列が**行列$\boldsymbol{A}$と次数が同じ単位行列$\boldsymbol{I}$**である場合には，**その順序に関わらず，$\boldsymbol{AI = IA}$が成立します。**

また，行列Aが正則行列であるときで，行列Aに乗じる行列が**行列$\boldsymbol{A}$の逆行列$\boldsymbol{A^{-1}}$**である場合には，**その順序に関わらず，$\boldsymbol{AA^{-1} = A^{-1}A = I}$が成立します。**

実数と行列の乗法の結果は，行列の各要素を実数倍したものとなります。

$$\boldsymbol{kA = k\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \\ ka_{31} & ka_{32} & ka_{33} \end{pmatrix}}$$

⑶ 減法（引き算）

行列同士の減法の結果は，**対応する要素同士の差**となります。

これは，**引く側（右側）の行列を―1 倍したときの加法**と捉えることができます。

$$\boldsymbol{A - B = A + (-1)B}$$

$$\boldsymbol{= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}}$$

$$\boldsymbol{= \begin{pmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} & a_{13} - b_{13} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} & a_{23} - b_{23} \\ a_{31} - b_{31} & a_{32} - b_{32} & a_{33} - b_{33} \end{pmatrix}}$$

⑷ 除法（割り算）

ベクトルや行列の演算体系の上では**除法（割り算）は定義されていません**。

⑸ その他の演算：アダマール積

本書各章において「**対応する要素同士の積**」と記述したもので，⑴～⑷とは異なる体系の演算に位置付けられます。

アダマール積は，**同じ型の行列同士でのみ演算することができ**，**各要素は対応する要素番号を持つ要素同士の積**として，行列$A \odot B$の場合は次のように表されます。（$\odot$はアダマール積を表す演算子）

$$\boldsymbol{A \odot B = \left(a_{ij}b_{ij}\right)_{\substack{1\le i\le 3\\ 1\le j\le 3}}}$$

$$\boldsymbol{= \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} & a_{13}b_{13} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} & a_{23}b_{23} \\ a_{31}b_{31} & a_{32}b_{32} & a_{33}b_{33} \end{pmatrix}}$$

例えば，一方に実数（県内生産額など）を表す行列，一方にウエイト（粗付加価値率など）を表す行列があるとき，これらのアダマール積を求めることで，行列の型を維持しながらあるウエイト（重みづけ）によって補正・按分された新たな行列を得ることができます。

第２節　均衡産出高モデルの導出

1　産業連関表のバランス式

表 5-1 は，令和 2 年（2020 年）鹿児島県産業連関表（3 部門）です。また，表 5-2 は，表 5-1 から作成した投入係数表です。

表 5-1　令和２年（2020 年）鹿児島県産業連関表（3 部門）（再掲）

（単位：億円）

	第 1 次産業	第 2 次産業	第 3 次産業	内生部門計	消費・投資	移輸出	(控除) 移輸入	県内 生産額
第 1 次産業	836	4,012	102	4,950	665	2,537	-2,022	6,130
第 2 次産業	1,698	7,313	6,244	15,255	20,145	14,036	-21,378	28,058
第 3 次産業	1,073	5,533	16,771	23,376	47,461	8,024	-13,465	65,396
内生部門計	3,606	16,857	23,117	43,581	68,270	24,598	-36,864	99,584
粗付加価値	2,524	11,201	42,278	56,003				
県内生産額	6,130	28,058	65,396	99,584				

表 5-2　投入係数表（3 部門）（再掲）

	第 1 次産業	第 2 次産業	第 3 次産業
第 1 次産業	0.136	0.143	0.002
第 2 次産業	0.277	0.261	0.095
第 3 次産業	0.175	0.197	0.256

産業連関表を行方向にみると，次のようなバランスが成り立っていることが分かります。（「最終需要」は，上記表における「消費・投資」を表します。）

$$\left[\textbf{中間需要}\right]+\left[\textbf{県内最終需要}\right]+\left[\textbf{移輸出}\right]+\left[\textbf{(控除) 移輸入}\right]=\left[\textbf{県内生産額（列）}\right]$$

$$\begin{pmatrix}\mathbf{4,950}\\ \mathbf{15,255}\\ \mathbf{23,376}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\mathbf{665}\\ \mathbf{20,145}\\ \mathbf{47,461}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\mathbf{2,537}\\ \mathbf{14,036}\\ \mathbf{8,024}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\mathbf{-2,022}\\ \mathbf{-21,378}\\ \mathbf{-13,465}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{6,130}\\ \mathbf{28,058}\\ \mathbf{65,396}\end{pmatrix}$$

また，中間需要は内生部門の行和で，内生部門は縦方向に投入係数と県内生産額を使って表すことができます。そこで，投入係数と県内生産額を使って上記式の中間需要を改めます。

$$\left[\textbf{中間需要}\right]=\left[\textbf{投入係数（行列）}\right]\times\left[\textbf{県内生産額（列）}\right]$$

$$\begin{pmatrix}\mathbf{0.136 \ldots * 6,130 + 0.143 \ldots * 28,058 + 0.002 \ldots * 65,396}\\ \mathbf{0.277 \ldots * 6,130 + 0.261 \ldots * 28,058 + 0.095 \ldots * 65,396}\\ \mathbf{0.175 \ldots * 6,130 + 0.197 \ldots * 28,058 + 0.256 \ldots * 65,396}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{4,950}\\ \mathbf{15,255}\\ \mathbf{23,376}\end{pmatrix}$$

つまり産業連関表は，次のような縦横のバランスによって成立していると言えます。

$$\left[\textbf{投入係数}\left(\textbf{行列}\right)\right]\times\left[\textbf{県内生産額}\left(\textbf{列}\right)\right]+\left[\textbf{県内最終需要}\right]+\left[\textbf{移輸出}\right]+\left[\left(\textbf{控除}\right)\textbf{移輸入}\right]$$

$$=\left[\textbf{県内生産額（列）}\right]$$

2　均衡産出高モデルの導出と逆行列係数

このバランス式を，投入係数行列A，最終需要ベクトルf，移輸出ベクトルe，移輸入ベクトルm，県内生産額ベクトルxで表現します。（ベクトルはいずれも列ベクトル）

$$\left[\text{投入係数}\left(\text{行列}\right)\right]\times\left[\text{県内生産額}\left(\text{列}\right)\right]+\left[\text{県内最終需要}\right]+\left[\textit{移輸出}\right]+\left[\left(\text{控除}\right)\text{移輸入}\right]$$

$$=\left[\text{県内生産額（列）}\right]$$

$$\boldsymbol{Ax+f+e+m=x}$$

移輸入率行列$\widehat{M}$を用いて，移輸入を県内生産額と県内最終需要についての式に変形します。

$$\boldsymbol{m=(-1)*\widehat{M}(Ax+f)}$$

これにより，バランス式はさらに次のように改め，更に変形することができます。

$$\boldsymbol{Ax+f+e-\widehat{M}(Ax+f)=x}$$

$$\boldsymbol{Ax+f+e-\widehat{M}Ax-\widehat{M}f=x}$$

$$\boldsymbol{(I-\widehat{M})Ax+(I-\widehat{M})f+e=x}$$

県内生産額ベクトル$\boldsymbol{x}$について整理します。

$$\boldsymbol{x-\left(I-\widehat{M}\right)Ax=\left(I-\widehat{M}\right)f+e}$$

$$\boldsymbol{\left\{I-\left(I-\widehat{M}\right)A\right\}x=\left(I-\widehat{M}\right)f+e}$$

県内生産額ベクトル$\boldsymbol{x}$の係数（レオンチェフ行列）を消去するため，両辺にレオンチェフ行列の逆行列を左側から乗じます。（レオンチェフ行列は一般的に正則であり，逆行列を持ちます。）

$$\boldsymbol{\left\{I-\left(I-\widehat{M}\right)A\right\}^{-1}\left\{I-\left(I-\widehat{M}\right)A\right\}x=\left\{I-\left(I-\widehat{M}\right)A\right\}^{-1}\left\{\left(I-\widehat{M}\right)f+e\right\}}$$

$$\boldsymbol{Ix=x=\left\{I-\left(I-\widehat{M}\right)A\right\}^{-1}\left\{\left(I-\widehat{M}\right)f+e\right\}}$$

ここで，行列$\left\{I-\left(I-\widehat{M}\right)A\right\}^{-1}$は**開放型レオンチェフ逆行列係数**，列ベクトル$\left\{\left(I-\widehat{M}\right)f+e\right\}$は**移輸出と県内最終需要の内県内生産分の合計**を表します。なお，この経済下で移輸入が全く行われない場合，移輸入行列$\widehat{M}$は対角要素が全て 0 の対角行列（零行列 $\mathbf{0}$）となりますので，逆行列係数は行列$\{I-(I-\mathbf{0})A\}^{-1}$=$\{I-A\}^{-1}$と**閉鎖型レオンチェフ逆行列係数**を示します。

逆行列係数は産業連関表から与えられることから，最終需要を表す列ベクトル$\left\{\left(I-\widehat{M}\right)f+e\right\}$を与えることで，これに見合う県内生産額ベクトル$x$を求めることができるようになっていることを表します。

以上から，バランス式の変形によって，最終需要に基づいて生産量を決定するモデル（均衡産出高モデル）を示すことができます。

第３節　無限等比級数の収束

１　無限等比級数とは

無限級数とは，**ある規則性を持って並んでいるデータ（数列）を無限に足し合わせたもの**を言います。**無限等比級数**とは，無限級数の中でも「**１番目のデータ（初項）の値が$\boldsymbol{a}$**」であり，「2 番目，3 番目…と続くたび，そのデータの値は**その前のデータの値の$\boldsymbol{r}$倍**となる」ような**等比数列**の無限級数を言います。

例えば，初項が 2，公比が 3 である数列$\boldsymbol{a_k}$の無限級数は次のようになります。

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots$$

$$= 2 * 3^0 + 2 * 3^1 + 2 * 3^2 + \cdots$$

$$= 2 + 6 + 18 + \cdots$$

これを一般化すると，初項a，公比rである数列$\boldsymbol{a_k}$の無限級数は次のようになります。

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \sum_{k=1}^{\infty} ar^{k-1}$$

$$= ar^0 + ar^1 + ar^2 + \cdots$$

$$= a(1 + r + r^2 \ldots)$$

２　無限等比級数の収束

無限等比級数は，結論としては**公比$\boldsymbol{r}$がある範囲にあるとき，その結果は一定の値に限りなく近づいて（収束して）いきます。**

まず初項から第 n 項までの等比数列の和は，次のように表すことができます。（証明略）

（$r \neq 1$のとき）

$$\sum_{k=1}^{n} ar^{k-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$= \frac{a}{1-r} - \frac{a}{1-r} r^n$$

等比数列の和を無限に足し続けたとき，この値が収束していくか，際限なく大きくなり続ける（発散する）かなどは，nが限りなく大きくなった時に，右辺の$-\frac{a}{1-r}r^n$がどのようにふるまうかを考えます。

無限等比級数が一定の値に収束する場合，nが限りなく大きくなった時に，右辺の$-\frac{a}{1-r}r^n$が限りなく 0 に近づけばよく，つまり**累乗しつづけることで値が 0 に近づいていくような値を公比に持てばよい**です。そのような性質を持つために**公比$\boldsymbol{r}$がとるべき範囲**は，次のようになります。

$$|r| < 1$$

公比rがこの範囲にあるとき，無限等比級数は次のような値に収束します。

$$\sum_{k=1}^{n} ar^{k-1} = \frac{a}{1-r} = (1-r)^{-1}a$$

3　均衡産出高モデルとの接続

2で示した公比rが$|r|<1$の範囲にあるときの無限等比級数と，**第２節**で示した**均衡産出高モデル**を比較してみましょう。ここで，均衡産出高モデルは簡略化のため，行列をそれぞれ次のような実数に置き換えた閉鎖経済型を想定します。（aは投入係数，fは最終需要，いずれも実数）

$$x = (1-a)^{-1}f$$

投入係数は，県内生産額に占める中間投入の割合を示すものであり，ふつう生産には粗付加価値を併せて生み出すため１より小さく，原材料なしに生産が行われることはないため０より大きくなります。そのため，**投入係数aが取り得る範囲は$0<a<1$**といえます。

ここで，最終需要を等比級数の初項，投入係数を等比級数の公比として捉えると，均衡産出高モデルは次のような無限等比級数の収束を表しているものと考えることができます。

$$\begin{aligned} x &= (1-a)^{-1}f \\ &= f + af + a^2f + \cdots \\ &= f + af + a(af) + \cdots \end{aligned}$$

この式は「**県内生産額とは，最終需要と，最終需要だけ生産を行うために必要な原材料を，収束するまで無限に足しあげたもの**」と説明することができ，経済波及効果測定によって得られる生産誘発額がもつ意味を説明しています。

なお，開放型経済を想定する場合でも，**移輸入率mが取り得る範囲はふつう$0<m<1$**であるので，**公比$(1-m)a$の取り得る範囲もまた$0<(1-m)a<1$**となり，同じように収束する無限等比級数の形で考えることができます。

上記式は行列を実数に置き換えて考えた場合であり，行列に拡張した場合でも成立するかは，厳密には行列の無限等比級数（ノイマン級数）が収束するかどうかを確認する必要があります。

しかしながら一般的な産業連関表（ストーン方式の場合を含む）であれば，**ホーキンス・サイモン条件（行列$I-A$の全ての主座小行列式が正であるか）**やこれの十分条件である**ソローの条件（投入係数Aの列和が全て１未満であるか）**といったように**無限等比級数が収束するための条件を満たして作表されている**ことから，この行列の無限等比級数はふつう収束します。

第 4 節　表計算ソフト（Microsoft Excel）での行列の計算の表現方法

1　入力例（Microsoft 365 以降，スピル機能が使えるバージョンを想定）

表 5-3 のように Excel ワークシート上のセル範囲 A1:D3 に入力された値があるとします。（D1:D3 には値は入力されていない。）このうち**セル範囲 A1:C3 を「投入係数行列」，D1:D3 の範囲を「最終需要ベクトル」**とみなして，閉鎖型逆行列係数を導出して県内生産額を測定します。

表 5-3　Excel ワークシート上のセル範囲 A1:D3 に入力された値（イメージ）

	A	B	C	D	E
1	0.1364	0.1430	0.0016		1,180
2	0.2770	0.2606	0.0955		12,803
3	0.1750	0.1972	0.2565		42,020

⑴　単位行列の作成：MUNIT()関数

セル範囲 A5:C7 に，単位行列を作成します。

単位行列を作成する場合，**MUNIT()関数**を用います。今回は次数 3 の単位行列が必要ですので，入力例のように**引数に次数を表す自然数**を与え，セル A5 に入力しましょう。

［入力例］： **=MUNIT(3)**

表 5-4　MUNIT()関数の入力と結果

	A	B	C
5	**入力**		
6			
7			

➔

	A	B	C
5	1	0	0
6	0	1	0
7	0	0	1

⑵　行列の加減算

セル範囲 A9:C11 に，単位行列（セル範囲 A5:C7）と投入行列（セル範囲 A1:C3）の差の行列$I-A$を計算します。

行列同士の加減算は，行列を表す範囲同士を加法または減法の演算子（＋または－）で結べば計算が可能です。入力例のように，セル A9 に入力しましょう。

［入力例］： **=A5:C7-A1:C3**　または　**=A5#-A1:C3**[*2]

表 5-5　行列同士の加減算の入力と結果

	A	B	C
9	**入力**		
10			
11			

➔

	A	B	C
9	0.8636	-0.143	-0.0016
10	-0.277	0.7394	-0.0955
11	-0.175	-0.1972	0.7435

*2　入力例の「A5#」とは「A5 から始まるスピルで入力されている範囲」を表す。今回は MUNIT()関数によってセル A5 から始めてセル範囲 A5:C7 にスピルで入力がなされているため，この記法でも計算することができる。

⑶　逆行列の計算：MINVERSE()関数

セル範囲 A13:C15 に，⑵の行列の逆行列$(I-A)^{-1}$を計算します。(閉鎖型逆行列係数)

逆行列を計算する場合，**MINVESRSE()関数**を用います。入力例のように**引数に逆行列を求めたい行列を表す範囲（セル範囲 A9:C11）**を与え，セル A13 に入力しましょう。

[入力例]：=MINVERSE(A9:C11) または =MINVERSE(A9#)

表 5-6　MINVERSE()関数の入力と結果

	A	B	C
13	入力		
14			
15			

➔

	A	B	C
13	1.2452	0.2501	0.0348
14	0.5222	1.5053	0.1945
15	0.4316	0.4581	1.4048

⑷　行列の乗算：MMULT()関数*3

セル範囲 E13:15 に，⑶の逆行列$(I-A)^{-1}$（セル範囲 A13:C15）と最終需要ベクトル（セル範囲 E1:E3）の積を計算します。

行列同士の乗算は，**MMULT()関数**を用います。入力例のように**第 1 引数に乗法の式の左側の行列**（逆行列，セル範囲 A13:C15），**第 2 引数に右側の行列**（最終需要ベクトル，セル範囲 E1:E3）を与え，セル A16 へ入力しましょう。

[入力例]：=MMULT(A13:C15,E1:E3) または =MMULT(A13#,E1:E3)

表 5-6　MMULT()関数の入力と結果

	E
13	入力
14	
15	

➔

	E
13	6,134.005
14	28,060.714
15	65,402.856

※　表 5-3 の投入係数は端数処理されているため，表 5-1 の県内生産額とは若干の誤差が生じている。

以上のとおり，Microsoft Excel において行列計算を行う場合，加減法の演算子（＋または－）のほか，主に **MUNIT()関数，MINVERSE()関数，MMULT()関数**を用いることになります。

*3　MMULT()関数によらず，例えば「=A13:C15*E1:E3」と入力した場合，各列（A13:A15，B13:B15，C13:C15）と E1:E3 のアダマール積からなる行列を表す配列を返すので，注意されたい。

索引

タ行

ナ行

ハ行

マ行

ヤ行

人名

産業連関表利用の手引き―鹿児島県産業連関表の解説と分析事例―

2026 年 2 月　発行

発行　　鹿児島県総合政策部統計課　企画分析係

〒890-8577　鹿児島県鹿児島市鴨池新町 10 番 1 号

TEL　099-286-2111（代表）

099-286-2476（直通）

FAX　099-286-5535

E-Mail　stkb@pref.kagoshima.lg.jp