

中学校第2学年【数学】

◆ 授業改善のポイント

- 数学的な見方・考え方を働かせ、数量や図形の性質に着目しながら、式や図を関連付けて考察し、根拠を明確にして説明する活動を充実させることが大切です。また、自分の考えを振り返ったり、他者の考えと比較・検討したりする場面を取り入れ、筋道立てて考えを表現することができるように授業設計を行うことが重要です。

◆ 今回の調査結果から明らかになった成果と課題

- 成 果：1次式の計算において、分配法則や同類項の整理に基づいて、式を適切に処理することができています。
- 課 題：図形の性質を理解していても、証明の流れの中で根拠として適切に用いることや条件と結論との関係を踏まえて筋道立てて説明することに課題がみられます。

◆ 成果が見られた問題の概要 「大問1(1)「数と式」(知識・技能)」

【設問の概要】

1次式の減法について理解し、分配法則や同類項の整理により、式を正しく計算することができるかをみます。

$2(2x - 5) - (x - 3)$ を計算した結果として正しいものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

【選択肢】

- ア $3x - 13$
- イ $3x - 8$
- ウ $3x - 7$
- エ $3x - 2$

平均正答率 (%)	本県	市町村	自校
	72.5		

【解答類型と反応率】

正答	解答類型	反応率 (%)	自校
	アと解答しているもの	11.3	
	イと解答しているもの	7.7	
◎	ウと解答しているもの	72.5	
	エと解答しているもの	8.4	
	無解答	0.1	

【指導継続のポイント】

- 本設問においては、70%以上の生徒が正しく計算できており、1次式の減法について分配法則を用いて、式を適切に処理することができることから、1次式の計算に関する知識・技能の定着に成果がみられます。
- 数と式の領域では、数や式が表す意味や数量の関係に着目させ、計算の仕組みを理解させながら式を適切に処理できるようにする指導を充実させることが大切です。

◆ 課題が見られた問題の概要 「大問5(1)「図形」(知識・技能)」

【設問の概要】

図形の性質や要件について理解し、それらを根拠として証明の筋道を捉え、適切な式や言葉を選び、証明を完成することができるかをみます。

次の図の平行四辺形 ABCD において、 $\triangle ABC$ は正三角形です。 $\triangle ABC$ の内部に点 P をとり、 $\triangle APC$ をつくります。次に、線分 AP を、点 A を中心に平行四辺形 ABCD の内部で回転させた線分を AQ として $\triangle AQD$ をつくります。次の動画は、線分 AP を回転させる角度をいろいろ変えたものです。あとの問いに答えなさい。

(1) 加奈子さんは動画を見て、 $PC=QD$ となるとき、 $\triangle APC \equiv \triangle AQD$ となると予想し、次のように証明しました。ア、イに当てはまる式や言葉を、あとの【選択パネル】から選び、ア、イの空欄にドラッグして入れなさい。

【証明】

$\triangle APC$ と $\triangle AQD$ において、
 仮定より、 $AP=AQ$
 $PC=QD$
 $\triangle ABC$ は正三角形だから、
 ア

四角形 ABCD は平行四辺形だから、対辺は等しいので、
 $AD=BC$
 よって、 $AC=AD$
 イ がそれぞれ等しいので、
 $\triangle APC \equiv \triangle AQD$

【選択パネル】

$AC=BC$	$AB=BC$	$\angle BAC = \angle ACB$
1組の辺とその両端の角	2組の辺とその間の角	3組の辺

【問題点】

○ 合同条件については半数程度の生徒が正しく選択できている一方で、証明の過程において対応する線分の関係を適切に選択することができていない解答が多くみられることから、合同条件を証明の流れの中で意味付けて理解することや、証明の文脈に応じて根拠を適切に用いることに課題がみられます。

【改善点】

○ 図形の性質を単に知識として理解するだけでなく、どの条件からどの性質が導き出されるのかを図と対応させながら整理する活動を充実させ、条件と図形の関係を視覚的に捉え、根拠を明確にしながらか説明する経験を積み重ねることによって、図形の性質を証明の中で適切に用いることができるようにすることが大切です。

○ 証明の学習においては、仮定と結論を明確にし、結論を導くために与えられた条件をどのように用いるかを考える活動を取り入れ、条件と結論との関係を意識しながら証明の筋道を捉えられるようにすることが重要です。その際、図形の性質を理解していても証明の流れの中で根拠として適切に用いることが難しい場合がみられることも踏まえ、証明全体の構成も意識できるように指導することが求められます。

○ 穴埋め形式の証明だけでなく、根拠を選択した理由を説明したり、複数の証明を比較・検討したりする場面を計画的に設定し、証明の過程を振り返り、どの根拠がどの段階で用いられているのかを確認する活動を通して、証明の文脈に応じて根拠を適切に用いて、筋道立てて説明する学習を充実させることが大切です。

平均正答率 (%)	本県	市町村	自校
	29.6		

【解答類型と反応率】 完全解答

ア

正答	解答類型	反応率 (%)	自校
◎	$AC=BC$ を選択	38.8	
	$AB=BC$ を選択	18.8	
	$\angle BAC = \angle ACB$ を選択	34.4	
	1組の辺とその両端の角 を選択	1.4	
	2組の辺とその間の角 を選択	1.4	
	3組の辺 を選択	4.3	
	無解答	0.9	

イ

正答	解答類型	反応率 (%)	自校
	$AC=BC$ を選択	1.1	
	$AB=BC$ を選択	1.0	
	$\angle BAC = \angle ACB$ を選択	1.3	
	1組の辺とその両端の角 を選択	10.1	
	2組の辺とその間の角 を選択	34.5	
◎	3組の辺 を選択	51.2	
	無解答	0.9	

◆ 全国学力・学習状況調査問題（中学校第3学年）との関連

【指導事項の関連】

- 目的に応じて式を変形したり、その意味を読み取ったりして、事柄が成り立つ理由を説明することができるかをみます。

【鹿児島学力・学習状況調査 中2問題】

2

亜美さんと陽斗さんは、2112や3773のような、千の位の数と一の位の数、百の位の数と十の位の数がそれぞれ同じである4けたの自然数にどのような性質があるかを調べるために、それぞれの数を素因数分解しました。

$$2112=2^6 \times 3 \times 11 \quad 3773=7^3 \times 11$$

陽斗さんは、これらの結果から、次の【予想1】のように予想し、この【予想1】がいつでも正しいことを【説明1】のように説明しました。あとの問いに答えなさい。

【予想1】

千の位の数と一の位の数、百の位の数と十の位の数がそれぞれ同じである4けたの自然数は、11の倍数である。

【説明1】

4けたの自然数の千の位の数を a 、百の位の数と十の位の数を b とする。ただし、 a は1けたの自然数、 b は0か1けたの自然数とする。このとき、4けたの自然数を a 、 b を使って表すと、 $1000a + 100b + 10b + a$ と表される。

この式を整理すると、

$$\begin{aligned} 1000a + 100b + 10b + a &= 1001a + 110b \\ &= 11(91a + 10b) \end{aligned}$$

$91a + 10b$ は整数だから、 $11(91a + 10b)$ は11の倍数である。

したがって、千の位の数と一の位の数、百の位の数と十の位の数がそれぞれ同じである4けたの自然数は、11の倍数である。

(2) 亜美さんは、Q2-1の【予想2】がいつでも正しいことを、次の【説明2】のように説明しました。

【説明2】

4けたの自然数の千の位の数と十の位の数を a 、百の位の数と一の位の数を b とする。ただし、 a は1けたの自然数、 b は0か1けたの自然数とする。このとき、4けたの自然数を a 、 b を使って表すと、

$$\text{㉞}$$

したがって、千の位の数と十の位の数、百の位の数と一の位の数がそれぞれ同じである4けたの自然数は、 ㉞ の倍数である。

【説明1】を参考にしながら、㉞に入る説明の続きを書いて、【説明2】を完成しなさい。なお、㉞にはQ2-1の㉞と同じ数があてはまるものとします。

平均正答率 (%)	本県	市町村	自校
	23.0		

【正答の条件】

次の条件(a),(b)の両方を満たしている。

- (a) 4けたの自然数は「 $1000a + 100b + 10a + b$ 」と表されること、式を整理すると「 $101(10a + b)$ 」になることを述べている。
 (b) 「 $10a + b$ は整数だから、 $101(10a + b)$ は101の倍数である」ことを述べている。

【解答類型と反応率】

正答	解答類型	反応率 (%)	自校
◎	(a),(b)の両方を満たして解答しているもの	23.0	
	(a)は満たしているが、(b)を満たしていないもの	4.6	
	上記以外の解答	47.5	
	無解答	24.9	



6

結菜さんと太一さんは、3, 6や12, 15のような連続する2つの3の倍数の和がどんな数になるかを調べるために、次の計算をしました。

3, 6のとき $3 + 6 = 9$

12, 15のとき $12 + 15 = 27$

30, 33のとき $30 + 33 = 63$

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(3)

結菜さんは、連続する2つの3の倍数を、連続する3つの3の倍数に変えた場合、その和がどんな数になるかを調べました。

3, 6, 9のとき $3 + 6 + 9 = 18 = 9 \times 2$

6, 9, 12のとき $6 + 9 + 12 = 27 = 9 \times 3$

9, 12, 15のとき $9 + 12 + 15 = 36 = 9 \times 4$

結菜さんは、これらの結果から次のことを予想しました。

予想

連続する3つの3の倍数の和は、9の倍数になる。

上の予想がいつでも成り立つことを説明します。下の説明2を完成させなさい。

n を整数とすると、連続する3つの3の倍数は、 $3n$, $3n+3$, $3n+6$ と表される。それらの和は、

$$3n + (3n+3) + (3n+6)$$

$$=$$

平均正答率 (%)	本県	自校
	37.7	

【正答の条件】

〈A: $9(n+1)$ と計算している場合〉

次の条件(a), (b)について記述している。

(a) $n+1$ は整数だから

(b) $9(n+1)$ は9の倍数である。

〈B: $9n+9$ と計算している場合〉

次の条件(c), (d)について記述している。

(c) $9n$, 9 が9の倍数で、9の倍数の和は9の倍数だから

(d) $9n+9$ は9の倍数である。

【解答類型と反応率】

正答	解答類型	反応率 (%)	自校
◎	Aの場合	(a), (b)の両方を記述	18.3
○		(a)のみを記述	1.1
○		(b)のみを記述	7.5
○		(a), (b)のどちらも記述していない	3.0
		(a), (b)のいずれかの記述に誤りがある	0.0
◎	Bの場合	(c), (d)の両方を記述	0.2
○		(c)のみを記述	0.4
○		(d)のみを記述	7.2
		(c), (d)のどちらも記述していない	8.4
		(c), (d)のいずれかの記述に誤りがある	0.0
	9×□の□に(n+1)以外の文字を用いた多項式または単項式を入れて記述		2.8
	上記以外の解答		30.9
	無解答		20.2

【指導のポイント】

- 事柄が成り立つ理由について、具体的な事例から見いだした性質を文字を用いて一般的に表し、式の意味を捉えながら、構想を立て、根拠を明確にしなが筋道立てて説明する活動を充実させることが大切です。
- 本設問では、文字を用いて一般的に表した式を基に、倍数である理由を説明することに課題が見られることから、式の変形や数量の関係に加えて、倍数の意味や性質に着目して根拠を明確にしなが説明する指導を充実させる必要があります。
- その際、不十分な説明を提示し、「どこが不十分なのか?」「どのようなことを加えれば説明できるのか?」などと問い返しながら、証明を修正したり、条件を変えて成り立つ性質を予想し、根拠を明らかにしながら説明する活動を取り入れたりすることが重要です。
- また、具体的な数の計算結果から見いだした性質について、一般の場合を文字式で表して説明する活動を通して、問題解決の過程や結果を振り返りながら、統合的・発展的に考察する力を育成することが求められます。